

Bueno espero que les haya ido bien en el examen a todos:) y ahora lo que me toca a mí es seguir haciendo los tutos para ustedes:D.

# HDC

Hoy veremos un tema relacionado con la matemática y las compuertas lógicas. Álgebra de boole. ¿Qué será esto? Es un sistema matemático que se basa en deducciones. ¿Para qué sirve? Para hacer que una cuenta binaria con operadores lógicos, se simplifique y sea más fácil de analizar.

**“Maldición. Pensé que esto de la matemática lógica ya había terminado. ¿Necesito saber algo que no me hayas dicho?”**

Bueno, todavía falta para que termine. Así que paciencia. Y sí, necesitamos unos conocimientos previos para empezar.

- Los operadores AND, OR y XOR son conmutativos. Es decir que  $A \wedge B = B \wedge A$  y  $A \vee B = B \vee A$ .
- Los operadores son distributivos con respecto al otro. Es decir que  $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
- Los operadores son asociativos. Es decir que  $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$  y  $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
- Los operadores son conmutativos. Es decir que  $A \wedge B = \overline{B} \wedge A$  y  $A \vee B = B \vee A$
- Para todo valor de A existe un  $\overline{A}$  tal que  $A \wedge \overline{A} = 0$  y  $A \vee \overline{A} = 1$ . Éste es el valor complementario de A.

**“A ver, a ver. O sea, parecen operadores matemáticos comunes.”**

Bueno, sí. Ya que todos son operadores, eso pasa. Ahora veamos los teoremas que son lo que nos ayudará en el álgebra de Boole, para hacer todo más simplificado.

**1-  $A \vee A = A$**

**“Aaaaaaaaah. Tiene sentido, ya que si hacemos la tabla da lo mismo.”**

A	$A \vee A$
0	0
1	1

Exacto, muy bien. Sigamos:

**2-  $A \wedge A = A$**

A	$A \wedge A$
0	0
1	1

Como las 2 variables A son la misma variable, sólo pueden tener valores iguales. Por eso es que hay únicamente 2 opciones de mezcla.

Y como vamos a ver 16 teoremas, mejor sigamos. (Será que ya me cansé de verlo tantas veces que esto ya me aburre para tomarme una siesta).

**3-  $A \wedge 1 = A$**

**4-  $A \wedge 0 = 0$**

A	$A \wedge 1$	$A \wedge 0$
0	0	0
1	1	0

**“El cuarto es interesante. ¿0 sería el complemento de A? Por el principio que habías enunciado al principio.”**

Bien, no. Lo lamento Manolo, pero necesitas que se cumpla otra x Para comprobarlo como se debe, necesitamos ver que:

**5-  $A \vee 0 = A$**

**6-  $A \vee 1 = 1$**

A	$A \vee 0$	$A \vee 1$
0	0	1
1	0	1

Entonces comprobamos que 0 no es complemento de A.

Y como ya sabemos, pero el teorema confirma:

$$7- A \vee \bar{A} = 1$$

$$8- A \wedge \bar{A} = 0$$

A	$\bar{A}$	$A \vee \bar{A}$	$A \wedge \bar{A}$
0	1	1	0
1	0	1	0

Con la tablita es hipermegaarchi claro. El tema es que ahora se nos vienen teoremas más complejos.

**“Estoy en el horno.”**

Tranquilo, Manolo. Estamos en el nivel de poder aprenderlos, y aplicarlos. ¡Tengo fe en vos! Veamos los 2 siguientes:

$$9- \overline{(A \vee B)} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$10- \overline{(A \wedge B)} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Éste es uno de los teoremas más útiles y aplicables. Luego con los ejercicios, se los haré recordar ;). Y también les diría que lo sepan para el examen ^^.

Sigamos con los teoremas.

$$11- A \vee (A \wedge B) = A$$

$$12- A \wedge (A \vee B) = A$$

Simplemente es para recordar. Aplíqueno cuando puedan, pero aquí tienen sus tablas de verdad.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee (A \wedge B)$	$A \vee B$	$A \wedge (A \vee B)$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Aunque en realidad deberíamos, ya, ver unos ejemplos, terminemos con los próximos 4 teoremas

$$13- \bar{A} \vee (\bar{A} \wedge B) = \bar{A} \vee B$$

$$14- \bar{A} \wedge (A \vee \bar{B}) = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$15- (A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$16- (A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$$

¿Quieren la demostración de éstas? Háganlas ustedes mismos. No voy a ser TAN denso en estos tutoriales. Por demás, para aprender y recordar todos los teoremas, hay que practicar y practicar. Por

eso, primero veámos un ejemplo y luego ¡A practicar! :D

$$S = [(A \vee \bar{A}) \wedge B] \vee (B \wedge C) \vee (B \wedge \bar{C}) \vee (C \wedge B) \vee [A \vee (A \wedge B) \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Primero,  $A \vee \bar{A} = 1$ .

$$S = (1 \wedge B) \vee (B \wedge C) \vee (B \wedge \bar{C}) \vee (C \wedge B) \vee [A \vee (A \wedge B) \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Como  $1 \wedge B = B$ ,

$$S = B \vee (B \wedge C) \vee (B \wedge \bar{C}) \vee (C \wedge B) \vee [A \vee (A \wedge B) \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Encontré uno largo,  $(B \wedge C) \vee (B \wedge \bar{C}) = B$  :D

$$S = B \vee B \vee (C \wedge B) \vee [A \vee (A \wedge B) \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Bueno  $B \vee (C \wedge B) = B \vee (B \wedge C) = B$

$$S = B \vee B \vee [A \vee (A \wedge B) \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Siguiendo con la idea  $A \vee (A \wedge B) = A$ ; y  $B \vee B = B$ .

$$S = B \vee [A \wedge B \wedge (C \vee 1)]$$

Casi terminando,  $C \vee 1 = C$ .

$$S = B \vee [A \wedge B \wedge C]$$

Y acá hay algo que podemos hacer. O dejamos todo como está, o podemos hacer que

$S = B \vee [B \wedge C \wedge A]$  y  $C \wedge A = D$ , por lo que entonces:

$$S = B \vee [B \wedge D] \Rightarrow S = B.$$

**“Wow, así parece mucho más fácil y simplificado. ¿Pero es real el valor?”**

Claro. El valor es completamente real, por eso es que sucede hacer todo ésto. En ingeniería (electrónica digital, sobre todo), es algo necesario porque no sólo resolvemos el tema de costos de productos por simplificación de compuertas -ya que usaríamos muchas menos de las que al principio parecen-, sino también tenemos una simplificación de tiempos y otras. Ya verán.

Ahora ustedes resolverán los **ejercicios** en su casa ¿Verdad?

$$1- S = [B \vee (B \wedge C) \vee C] \wedge (C \vee A) \wedge (A \vee B) \wedge (A \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge [(B \vee C \vee A) \wedge (B \vee C)]$$

$$2- S = (B \vee C \vee A) \wedge B \wedge (C \vee B) \wedge (A \vee B) \wedge [B \vee C \vee (A \wedge B)]$$

Ya sé que no hubo imágenes siendo una clase un poco triste ^^! pero bueno, lo merecía.

-----

**Cualquier cosa pueden mandarme mail a: [r0add@hotmail.com](mailto:r0add@hotmail.com)**

**Para donaciones, pueden hacerlo en bitcoin en la dirección siguiente:**

**1HqpPJbbWJ9H2hAZTmpXnVuoLKkP7RFSvw**

**Roadd.**

-----

**Este tutorial puede ser copiado y/o compartido en cualquier lado siempre  
poniendo que es de mi autoría y de mis propios conocimientos.**